Búsqueda Dispersa para problemas de localización de p servicios con objetivos múltiples

F. García, B. Melián, J.A. Moreno and J.M. Moreno-Vega

Resumen— **En este artículo se considera la aplicación de la metaheurística de búsqueda dispersa (*Scatter Search*) para un problema de optimización multiobjetivo. La búsqueda dispersa es un procedimiento de búsqueda basado en poblaciones que utiliza como componente fundamental un conjunto de referencia que es un repositorio de soluciones buenas y dispersas. Se construyen nuevas soluciones combinando soluciones del conjunto de referencia que se mejoran por una búsqueda local. El conjunto de referencia es actualizado teniendo en cuenta los resultados de las mejoras y es el que finalmente proporciona la información útil para el decisor. Un problema de localización de un p-servicio consiste en seleccionar un conjunto de p ubicaciones para los servicios desde donde atender de forma óptima un conjunto de puntos de demanda. La selección de las p localizaciones para los puntos servicios puede ser evaluada por diversas funciones objetivo de acuerdo a su situación relativa con respecto a los puntos de demanda. El correspondiente problema de localización múltiple de servicio multiobjetivo consiste en optimizar a la vez varios de esos objetivos. En este trabajo mostramos como estos problemas son apropiadamente resueltos por la metaheurística de búsqueda dispersa.**

Palabras clave— **Búsqueda Dispersa, Localización, Optimización Multiobjetivo.**

I. Introducción

La Búsqueda Dispersa o *Scatter Search* ([5], [9]) es una metaheurística que ha sido aplicada con éxito a diversos problemas de optimización uniobjetivo. Sin embargo, por sus características, presenta claras ventajas para abordar problemas multiobjetivo al aportar al decisor un número controlado de soluciones diferenciadas de alta calidad.

En este trabajo mostramos como aplicar la metaheurística de búsqueda dispersa para resolver un problema de optimización multiobjetivo. La siguiente sección incluye la formalización del problema de optimización multiobjetivo. La sección III describe los aspecyos fundamentales de la búsqueda dispersa. En la sección IV se establece la formulación genérica del problema de localización de p-servicios multiobjetivo. La siguiente sección está dedicada a la aplicación de la búsqueda dispersa en la resolución del problema del p-centdian. El trabajo finaliza con la descripción de la experiencia computacional y las conclusiones.

Departamento de Estadística, I.O. y Computación, Universidad de La Laguna, 38271 La Laguna, SPAIN. E-mail: {fcgarcia,mbmelian,jamoreno,jmmoreno}@ull.es .

II. Optimización multiobjetivo

Un problema de optimización consiste en determinar la solución óptima dentro de un conjunto de soluciones alternativas. La soluciones alternativas vienen determinadas por unos atributos que deben verificar ciertas condiciones. Las soluciones que verifican tales condiciones o restricciones se denomina soluciones factibles. La optimalidad de las soluciones se establece en términos de la maximización o minimización de una o varias funciones de sus atributos, denominadas funciones objetivo. En la exposición formal se suele suponer, por simplicidad, que todos los objetivos son de minimización. El problema de optimización se dice que es multiobjetivo si se tienen en cuenta varias funciones objetivo a la vez.

Formalmente el problema de optimización se puede formular en general en los siguientes términos. Se tiene un conjunto S de soluciones alternativas sobre las que están definido el objetivo f a minimizar. Las soluciones alternativas suelen venir especificadas por sus atributos representados por X que deben verificar un conjunto de restricciones que globalmente se representa por la relación $g(X) \geq 0$; las especificaciones de las soluciones que verifican la condición se dicen que son soluciones factibles. De esta forma, el problema se expresa por:

$$\min\{f(X) : g(X) \geq 0\}.$$

Si la función $f(X)$ es vectorial está constituida por varias funciones objetivo unidimensionales y el problema se dice que es multicriterio o multiobjetivo. Se representa el objetivo a minimizar por:

$$f(X) = (f_1(X), f_2(X), ..., f_n(X)).$$

Los procedimientos de solución heurística frecuentemente se formalizan como procesos de búsqueda basados en movimientos. Un movimiento es una transformación de la solución dentro del espacio S de soluciones factibles. Dado un conjunto de movimientos, se define el entorno de una solución como el conjunto de soluciones a las que se puede acceder por un movimiento. Dada una solución X, se denota por $N(X) \subseteq S$ al entorno de X. Los entornos de las soluciones constituyen la estructura de entornos N en los que están basados los procesos de búsqueda locales que iterativamente pasan de una solución a otra de su entorno, llamada solución vecina. Un proceso de búsqueda local basado en una estructura de entornos N recorre una sucesión de soluciones $X_0, X_1, X_2, ..., X_i, ...$ donde $X_i \in N(X_{i-1})$, para cada $i > 0$.

En un problema de optimización multiobjetivo con funciones objetivo a minimizar

$$f(X) = (f_1(X), f_2(X), ..., f_n(X))$$

se dice que X es *dominada* por X' si y sólo si, $\forall i = 1, ..., n$ es $f_i(X') \leq f_i(X)$ pero $f(X') \neq f(X)$. También se dice que X' domina a X o que es mejor que X' y se denota $f(X') \preceq f(X)$. Una solución factible $X \in S$ es *eficiente* si no existe otra solución factible $X' \in S$ mejor que X; es decir tal que $f(X') \preceq f(X)$. Decimos que $X \in S$ es *localmente eficiente* con respecto a la estructura de entornos N si no existe otra solución factible de su entorno X' que sea mejor que X; es decir, no existe $X' \in N(X)$ con $f(X') \preceq f(X)$.

III. La metaheurística de búsqueda dispersa

La búsqueda dispersa es un procedimiento evolutivo que usa un conjunto de referencia para combinar inteligentemente sus soluciones y construir nuevas soluciones que lo mejoran. El conjunto de referencia, formado por soluciones dispersas pero de alta calidad, evoluciona por medio de los procesos de combinación y mejora.

Un pseudo-código de alto nivel de la búsqueda dispersa (*Scatter Search*) es el mostrado en la figura 1.

```
Procedure Scatter Search ;
  begin
  repeat
    CreatePopulation(InitPop,InitPopSize);
    repeat
      GenerateReferenceSet(RefSet,RefSetSize);
      repeat
        SelectSubset(SubSet,SubSetSize);
        CombineSolutions(SubSet, CurSol);
        ImproveSolution(CurSol, ImpSol);
      until (StoppingCriterion1);
      UpdateReferenceSet(RefSet);
    until (StoppingCriterion2);
  until (StoppingCriterion3);
  end.
```

Fig. 1. La Metaheurística Búsqueda Dispersa

La estrategia de búsqueda dispersa involucra a 6 procedimientos y 3 criterios de parada para resolver un problema de optimización multiobjetivo. Los procedimientos son los siguientes:

1. **Creación de la población inicial.**
El procedimiento *CreatePopulation* crea una población inicial aleatoria *InitPop* de *InitPopSize* soluciones buenas y dispersas.
2. **Generación del conjunto de Referencia.**
El procedimiento *GenerateReferenceSet* realiza una selección de las *RefSetSize* mejores soluciones representativas de la población *InitPop* para su inclusión en el conjunto de referencia *RefSet*.
3. **Selección de subconjuntos.**
El procedimiento *SelectSubset* genera una serie de subconjuntos denotados por *SubSet*, que constarán de *SubSetSize* buenas soluciones de *RefSet*, para aplicarles el siguiente procedimiento de combinación.
4. **Combinación de Soluciones.**
El procedimiento *CombineSolutions*, dotado de parámetros para modular la intensificación y/o diversificación de la búsqueda, combina las soluciones de cada subconjunto *SubSet* para suministrar nuevas soluciones actuales denotadas *CurSol*.
5. **Mejora de soluciones.**
El procedimiento *ImproveSolution*, dotado de parámetros para modular la especialización del método, mejora la solución actual *CurSol* suministrada para proporcionar una solución mejorada *ImpSol*.
6. **Actualización del conjunto de Referencia.**
El procedimiento *UpdateReferenceSet* actualiza el conjunto de referencia decidiendo cuando y cómo las soluciones mejoradas a partir de las combinaciones se incorporan al conjunto de referencia reemplazando soluciones que ya están en el conjunto de referencia *RefSet*.

Además de estos 6 procedimientos, la metaheurística incluye tres procedimientos que implementan los criterios de parada para decidir cuando volver a un paso anterior o concluir un bucle.

1. **Criterio de nuevo conjunto de referencia.**
El primer criterio (*StoppingCriterion*1) decide cuando volver a generar un nuevo conjunto de referencia desde la población.

2. **Criterio de nueva población.**
El segundo criterio ($StoppingCriterion2$) decide cuando generar una nueva población para reiniciar el proceso.
3. **Criterio de finalización.**
El tercer criterio ($StoppingCriterion3$) decide cuando detener el proceso de búsqueda completo.

IV. El problema multiobjetivo de localización de p-servicios

Los problemas de localización de p-servicios constituyen una amplia clase de problemas logísticos [2]. Pertenecen a la clase de problemas de selección, que son aquellos problemas a los que hay que dar respuesta eligiendo un conjunto de elementos de un universo. Un problema de selección genérico consiste en elegir el conjunto de elementos que optimiza una o varias funciones objetivo sujeto a algunas restricciones.

Un problema de localización de p-servicios consiste en elegir el conjunto de p puntos de localización para un servicio que optimiza una o varias funciones objetivo sujeto a algunas restricciones. La evaluación de las funciones objetivo en los problemas reales de localización de p-servicios varían desde el simple cálculo de la distancia al usuario más alejado (que se puede hacer en un tiempo de cómputo acotado), hasta la determinación de las rutas para recorrer las ubicaciones de los usuarios asignados a cada punto de servicio de forma óptima (lo que implica resolver varios problemas combinatorios difíciles) o incluso ejecutar un proceso de simulación para evaluar las consecuencias del comportamiento de los usuarios potenciales.

Varios de los problemas de localización más relevantes en la planificación logística son problemas de localización de p-servicios. Entre ellos están los dos problemas más famosos en Localización: el problema de la p-mediana y el problema del p-centro. El problema de la p-mediana consiste en localizar p puntos de servicio que minimicen el coste de transporte total entre los usuarios y el correspondiente punto de servicio más cercano. El problema del p-centro es el problema de localización del p-servicio donde la función de coste a ser minimizada es el máximo de las distancias entre un usuario y su punto de servicio más cercano. Estos dos problemas de localización estándares y sus extensiones son útiles para modelizar muchas situaciones reales, tales como la localización de plantas industriales, almacenes y servicios públicos. Otros problemas de localización pública de servicios se encuentran en la abundante literatura sobre problemas de localización (ver, por ejemplo [2]).

Para formalizar estos problemas, consideramos un conjunto L de m localizaciones potenciales para p puntos de servicio y un conjunto U de localizaciones de n usuarios dados. Se conocen las distancias, tiempos de viaje o coste correspondientes a los recorridos entre la ubicación de cada usuario $u \in U$ y cada localización potencial $x \in L$ dada por $Dist(u, x)$. Un problema de localización de p-servicios consiste en la localización simultánea de p servicios en localizaciones de L de forma que se optimicen uno o varios objetivos que dependen de las distancias entre usuarios y puntos de servicio. Estas funciones objetivo a minimizar pueden ser las diversas medidas que representan los recursos utilizados en la prestación del servicio. Si el propósito es minimizar simultáneamente varias de estas posibles funciones objetivo se tiene un problema multiobjetivo de localización de p-servicios

Sea $L = \{v_1, v_2, ..., v_m\}$ el conjunto de localizaciones potenciales para los servicios (o puntos de localización), y sea $U = \{u_1, u_2, ..., u_n\}$ el conjunto de usuarios (o clientes, o puntos de demanda). El conjunto de datos que especifican un caso del problema viene dado por la matriz $D = [d_{ij} : i = 1, ..., m; j = 1, ..., n]$ donde $d_{ij} = Dist(u_i, v_j)$ es la distancia para satisfacer la demanda del usuario ubicado en u_i desde el servicio ubicado en v_j, para cualquier $v_j \in L$ y $u_i \in U$. El objetivo del problema de la p-mediana es minimizar la suma de estas distancias o costes de transporte, esto es:

$$f_m(X) = \sum_{u_i \in U} \min_{v_j \in X} Dist(u_i, v_j)$$

donde $X \subseteq L$ y $|X| = p$. El objetivo del problema del p-centro es minimizar el máximo de tales distancias, esto es:

$$f_c(X) = \max_{u_i \in U} \min_{v_j \in X} Dist(u_i, v_j)$$

donde X está sujeto a las mismas restricciones.

Otros problemas de localización de p-servicios (el problema del *p-centdian*, el problema de la *p-captura*, el problema del *p-cubrimiento*, el problema de la *p-antimediana*, el problema de la *p-media*, etc.) se obtienen usando una forma diferente de calcular una función objetivo $f(X)$ a partir de las distancias entre usuarios y localizaciones. Estas funciones objetivo usuales en los problemas de localización pueden expresarse en términos de la distancia de un usuario u a un conjunto de puntos de localización X que viene dada por:

$$Dist(u, X) = \min_{x \in X} Dist(u, x), \forall u \in U.$$

Una lista de tales problemas se encuentra en [2]. Esta relación de problemas puede ser completada, con otros problemas que incorporan restricciones de capacidad o que reflejan otro tipo de forma de evaluar la selección. Por ejemplo, con cuatro problemas de *p-dispersión* que relacionan sólo los puntos seleccionados entre sí: el problema *MaxMinMin*, el problema *MaxSumMin*, el problema *MaxMinSum* y el problema *MaxSumSum*, (ver [4]). Un problema multiobjetivo de localización de p-servicio consiste en minimizar a la vez varios de estas funciones objetivos.

En general, estos problemas son $\mathcal{NP}$-duros; las demostraciones formales para los problemas estándares de la p-mediana y del p-centro se encuentran en [8]. Se han propuesto muchas heurísticas y métodos exactos para resolverlos. Además se han sugerido diversas heurísticas híbridas.

V. Aplicación de la búsqueda dispersa para el p-centdian

El primer problema de localización multiobjetivo a considerar debe ser el que incorpora las funciones objetivo de los dos problemas clásicos. El problema de localización que combina los criterios del centro y la mediana se denomina problema del *centdian*. Este problema ha sido frecuentemente abordado planteando una combinación lineal de ambos objetivos como función a minimizar ([6]). En particular el problema del p-centdian ([11],[12]) consiste en determinar el conjunto X de p puntos de L que minimizan las funciones:

$$f_m(X) = \sum_{u \in U} Dist(u, X)$$

y

$$f_c(X) = \max_{u \in U} Dist(u, X)$$

para $X \subseteq L$ y $|X| = p$.

En la mayoría de los problemas, el conjunto de localizaciones potenciales para el servicio y el conjunto de las ubicaciones de los usuarios coinciden, por lo que $L = U$ y $m = n$. En este caso, una solución del problema de localización del p-servicio consiste en seleccionar un conjunto X de p puntos de U para localizar los servicios.

Aparte de la técnica de búsqueda empleada, es necesario especificar una representación o codificación de soluciones que especifique las soluciones candidatas alternativas para su manipulación. La elección de la codificación que proporcione una forma de implementar eficientemente los movimientos y evaluar las soluciones es esencial en el éxito de la heurística. Toda solución X se codifica disponiendo todos los puntos de U en un array $[v_i : i = 1, ..., n]$ donde v_i es un punto de X para $i \leq p$, y un punto fuera de X para $i > p$. Herramientas heurísticas avanzadas como herramientas de gestión de memoria ([10]) o de entornos variables ([7]) se han mostrado muy útiles con esta codificación para el problema de localización de p-servicio.

Para evaluar la dispersión entre las soluciones implicadas en el proceso de búsqueda, necesitamos considerar algún tipo distancia entre ellas u otro instrumento similar. Estas distancias se definen a partir de la distancia de un punto a un conjunto.

$$Dist(x, Y) = \min_{y \in Y} Dist(x, y).$$

Se considera la separación de una solución X con respecto a otra solución Y como:

$$Sep(X, Y) = \sum_{x \in X} Dist(x, Y) = \sum_{x \in X} \min_{y \in Y} Dist(x, y).$$

Se define la distancia entre dos soluciones X e Y por:

$$d(X, Y) = Sep(X, Y) + Sep(Y, X)$$

que se puede obtener por:

$$\sum_{y \in Y} Dist(y, X) + \sum_{x \in X} Dist(x, Y) =$$

$$= \sum_{y \in Y} \min_{x \in X} Dist(x, y) + \sum_{x \in X} \min_{y \in Y} Dist(x, y).$$

Una vez establecida la codificación de las soluciones alternativas, el algoritmo implementado se concreta especificando los detalles de los 6 procedimientos implicados en la búsqueda dispersa y los tres criterios de parada. Otras aplicaciones de la metaheurística de búsqueda dispersa a problemas multiobjetivo pueden encontrase en [3] y [1]

1. Método de creación de la población inicial

El método de creación de la población inicial debe diseñarse de forma que se obtenga un conjunto aleatorio de soluciones buenas y dispersas. El método que usamos consta de varias fases. La primera fase empieza dividiendo el conjunto L en varias partes. Un método constructivo para obtener buenas soluciones del problema consiste en, partiendo de un punto inicial arbitrario u de L, seleccionar $p - 1$ veces el punto más alejado de los puntos ya seleccionados. Ejecutamos este procedimiento dentro de cada una de las partes en las que se ha dividido L. Por tanto obtenemos un conjunto distinto para cada uno de los miembros de la partición, que además tienen todos sus elementos distintos y por tanto son considerablemente dispersas. No obstante, para disponer de un conjunto de soluciones mayor, dado que la solución obtenida depende del punto de partida, el proceso se repite para diferentes puntos de partidas de un mismo miembro de la partición hasta obtener el número de soluciones deseada. Para mejorar estas soluciones se le aplica a cada una de ellas un sencillo procedimiento de mejora.

Dado un tamaño *PopSize*, previamente fijado, para la población P y un cierto factor α que modula el balance entre dispersión y calidad, usamos el método anterior para obtener $\lfloor \alpha PopSize \rfloor$ soluciones para la población. El resto de las soluciones hasta completar el tamaño *PopSize* se obtiene por un procedimiento de puntuación. Para cada solución X definimos la puntuación de X por:

$$h(X) = \min_{Y \in P} d(X,Y).$$

La $\lceil (1-\alpha) PopSize \rceil$ mejores soluciones según esta puntuación $h(\cdot)$ se añaden iterativamente a la población P.

2. **Método de generación del conjunto de referencia**

La generación de un conjunto de referencia se hace seleccionando r_1 soluciones de las mejores soluciones y r_2 soluciones dispersas teniendo en cuenta las r_1 soluciones anteriores ($RefSetSize = r_1 + r_2$). En particular, incluimos en $RefSet$ la solución de la población más alejada a las soluciones ya incluidas en $RefSet$, repitiendo esta operación r_2 veces.

3. **Método de generación del subconjunto**

La selección de un subconjunto al que aplicarle la combinación consiste usualmente en seleccionar todos los subconjuntos de un tamaño fijo r. En nuestra implementación para la experiencia práctica usamos $r = 2$. No obstante, para evitar la repetición de combinaciones, cuando las soluciones del conjunto de referencia no varían guardamos información de las combinaciones ejecutadas.

4. **Método de Combinación**

Dado el conjunto $W = \{X^1, X^2, ..., X^r\}$ de soluciones seleccionadas del conjunto de referencia, el método de combinación trata de obtener una solución con las buenas características de las soluciones combinadas. Para construir la nueva solución combinando otras, en primer lugar, se toman los puntos que están presentes en todas las soluciones combinadas. Sea X el conjunto de puntos constituido por la intersección de todas las soluciones. Para cada punto u de usuario sea

$$L(u) = \{v \in L : d(u,v) \leq \beta d_{max}\}$$

donde

$$d_{max} = \max_{u,v \in L} d(u,v).$$

Se elige el punto $u^* \in L$ tal que

$$d(X,u^*) = \max_{u \in L} d(X,u)$$

y se selecciona al azar un punto $v \in L(u^*)$ que se incorpora a X. Este paso se aplica iterativamente hasta que X tenga tamaño p.

5. **Método de mejora de la solución**

El método de mejora de la solución es la búsqueda local usual basada en los movimientos básicos. Un método de búsqueda local para optimización combinatoria multiobjetivo ejecuta una serie de movimientos básicos en el espacio de soluciones que mejoran cada vez la solución actual, hasta que esto no sea posible. La mejora de la solución implica la mejora en alguno de los objetivos mientras no se empeora ningún otro. Por tanto la búsqueda local se detiene en un solución eficiente local; es decir una solución para la que no existe ninguna de su entorno que la domine. La eficiencia local se detecta porque la solución no puede ser mejorada por un movimiento básico.

Los movimientos básicos de las búsquedas locales para los problemas de localización de p-servicios son los movimientos de intercambio. Para cada solución X, dado un elemento, v_i de la solución y un elemento v_j que no esté en la solución, el movimiento de intercambio consiste en reemplazar el elemento v_i de X por v_j. Toda solución X tiene un entorno asociado $\mathcal{N}(X)$, que consiste en las soluciones que se pueden obtener de X por un movimiento básico. En cada iteración, el procedimiento de búsqueda local obtiene una solución mejorada X' del entorno $\mathcal{N}(X)$ de la solución actual X a la que reemplaza hasta que no se encuentre una mejora posible por un movimiento básico. El pseudo-código de la búsqueda local viene dado en la figura 2.

```
Procedure Local Search (X)
  begin
    repeat
      X' ← X ;
      forall i, j, 1 < i ≤ p < j ≤ n do
        X_ij ← X − {v_i} + {v_j};
        if f(X_ij) ⪯ f(X) then X ← X_ij;
    until X = X';
  end.
```

Fig. 2. Búsqueda Local

6. **Actualización del conjunto de Referencia.**

La actualización del conjunto de referencia, que contemplará buenas soluciones y dispersas, se realiza teniendo en cuenta estos aspectos. Si la nueva solución obtenida tras la mejora y combinación es mejor que alguna de las $RefSetSize_1$ primeras soluciones del conjunto de referencia, la sustituye. En otro caso, si no es dominada por ninguna de las soluciones del conjunto de referencia y está más alejada de la más cercana de ellas que alguna de las $RefSetSize$ últimas, la sustituye.

VI. Experiencia Computacional

El algoritmo que implementa la metaheurística propuesta fue codificado en C++ y ejecutado sobre la máquina *Teide* de la universidad de La Laguna cuyo procesador es de 466 MHz y cuenta con 2 Gbytes y S.O. DIGITAL 4.0C. La metaheurística ha sido probada con problemas de diversos tamaños obtenidos de la librería TSPLIB [13] disponible en la dirección:

`http://www.iwr.uni-heidelberg.de/iwr/comopt/software/TSPLIB95/`

La matriz de distancias para el caso particular del que se muestran resultados en las tablas se obtuvo de la *instancia* etiquetada RL1400 de dicha librería. Se ha considerado el problema de localización bi-objetivo con los objetivos estándares de los problemas de localización de la p-mediana y del p-centro. Las siguientes tablas incluyen algunos datos referidos a la aplicación del algoritmo en la resolución del problema p-centdian en el citado problema de la librería TSPLIB que tiene $n = 1400$ puntos. Las tablas I, II y II reflejan los valores alcanzados por las soluciones del conjunto de referencia para $p = 10$, 20 y 30, respectivamente. En la tabla IV aparece la matriz con las separaciones entre las soluciones del conjunto de referencia final para el último de estos tres casos.

TABLA I

Valores de los objetivos en el conjunto de referencia para $p = 10$

Sol	f_m	f_c
1	101249.475509	916.257363
2	101631.879233	916.257363
3	101753.955843	916.257363
4	101820.578229	916.257363

La repetición en el valor de la segunda de las funciones objetivo en los miembros del conjunto de referencia se debe a las características propias del problema del p-centro cuya función objetivo permanece constante si se módifica algunos de los elementos de la solución con respecto al que no se alcanza el máximo mientras que no se alcance este. Por tanto existe una gran cantidad de soluciones muy dispares que alcanzarán el mismo valñor, y en particular, existen siempre un gran conjunto de soluciones óptimas, es decir, con el mejor valor posible de la función objetivo del problema del p-centro.

TABLA II

Valores de los objetivos en el conjunto de referencia para $p = 20$

Sol	f_m	f_c
1	57857.552815	567.332612
2	57896.395018	567.332612
3	58151.777332	567.332612

El tiempo de ejecución, en centésimas de segundo, ha sido de 306.45, 476.77 y 613.26 para los casos de $p = 10$, $p = 20$ y $p = 30$, respectivamente.

TABLA III

Valores de los objetivos en el conjunto de referencia para $p = 30$

Sol	f_m	f_c
1	44899.956756	567.332612
2	45043.758745	567.332612
3	45159.433314	567.332612
4	45189.252948	567.332612

La dispersión entre las soluciones presentes en el conjunto de referencia, más que con los valores alcanzados en las funciones objetivos, se aprecia con la separación de cada una de las soluciones del conjunto de referencia con respecto a las demás, calculada por:

$$Sep(X, Y) = \sum_{x \in X} \min_{y \in Y} Dist(x, y).$$

La tabla IV muestra las seperaciones entre las soluciones del conjunto de referencia final para la ejecución del algoritmo en el caso $p = 30$ del problema $RL1400$. Obsérvese que la matriz no es simétrica, al no serlo la función de separación $Sep(.,.)$ aunque si lo es la distancia d entre soluciones definida por $d(X, Y) = Sep(X, Y) + Sep(Y, X)$.

VII. Conclusiones

La aplicación de la búsqueda dispersa a problemas multiobjetivo proporciona una herramienta útil para aportar al decisor un conjunto moderado de soluciones eficientes dispersas dado que

TABLA IV

Separaciones en el conjunto de referencia para $p = 30$

Sep	1	2	3	4
1	0	80.29	121.06	125.25
2	127.78	0	100.85	105.04
3	168.55	100.85	0	33.75
4	172.73	105.03	33.75	0

está basado en la evolución de un conjunto de referencia formado por soluciones mejoran iterativamente manteniendo un alto grado de dispersión. La metaheurística propuesta ha sido probada con problemas de de localización multiobjetivo de tamaño considerable obtenidas de la librería TSPLIB [13] con los objetivos estándares de la p-mediana y del p-centro, mostrando unos resultados que indican un buen rendimiento del algoritmo.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el Ministerio de Ciencia y Tecnología a través del proyecto TIC2002-04242-C03-01 con fondos que provienen, en un 70 %, del Fondo Europeo de Desarrollo Regional (FEDER).

Referencias

[1] R. P. Beausoleil "MOSS" Multiobjective Scatter Search Applied to Nonlinear Multiple Criteria Optimization in *Multiple Objective Metaheuristics* November 4-5, 2002, Paris - France.

[2] M.L. Brandeau and S.S. Chiu. An overview of representative problems in Location Research. *Management Science* 35 (6), 645-674 (1989).

[3] A. Corberán, E. Fernández, M. Laguna and R. Martí. Heuristic Solutions to the Problem of Routing School Buses with Multiple Objectives *Journal of the Operational Research Society*, 53 (4), 427-435 (2002).

[4] E. Erkut and S. Neuman. Comparison of four models for dispersing facilities. *INFOR* vol. 29, No. 2, 68-85 (1990).

[5] F. Glover, M. Laguna and R. Martí. Fundamentals of Scatter Search and Path Relinking *Control and Cybernetics*, vol. 39, no. 3, 653-684 (2000)

[6] J. Halpern. Finding Minimal Center Median Convex Combination (Cent-dian) of a Graph. *Management Science* 24, 535-544. (1978).

[7] P. Hansen amd N. Mladenović. Variable Neighborhood Search for the p-Median *Location Science* vol. 5, 207-226 (1997)

[8] O. Kariv and S.L. Hakimi. An algorithmic approach to network location problems, part 2. The p-medians. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, vol. 37, 539-560 (1969).

[9] M. Laguna Scatter Search. In *Handbook of Applied Optimization*, P. M. Pardalos and M. G. C. Resende (Eds.), Oxford University Press, 183-193 (2002)

[10] N. Mladenović, J.A. Moreno-Pérez and J.M. Moreno-Vega. A Chain-Interchange Heuristic Method, *Yugoslav Journal of Operational Research* vol. 6, 41-54 (1996)

[11] D. Pérez-Brito, J.A. Moreno Pérez and I. Rodriguez-Martin. Finite Dominating Set for the p-Facility Centdian Network Location problem. *Studies in Location Analysis*, 11, 27-40 (1997).

[12] A. Tamir, D. Pérez-Brito and J.A. Moreno Pérez. A polynomial algorithm for the p-Centdian problem on a tree *Networks* Vol. 32-4, pp.255-262 (1998)

[13] G. Reinelt TSP-Lib A Travelling Salesman library *ORSA J. Computing*, vol. 3, 376-384 (1991)