EL ARTE DE LLEGAR A PUERTO
MATEMÁTICAS Y NAVEGACIÓN DESDE LA ANTIGÜEDAD HASTA EL SIGLO XVII

Juan Antonio García Cruz[1]

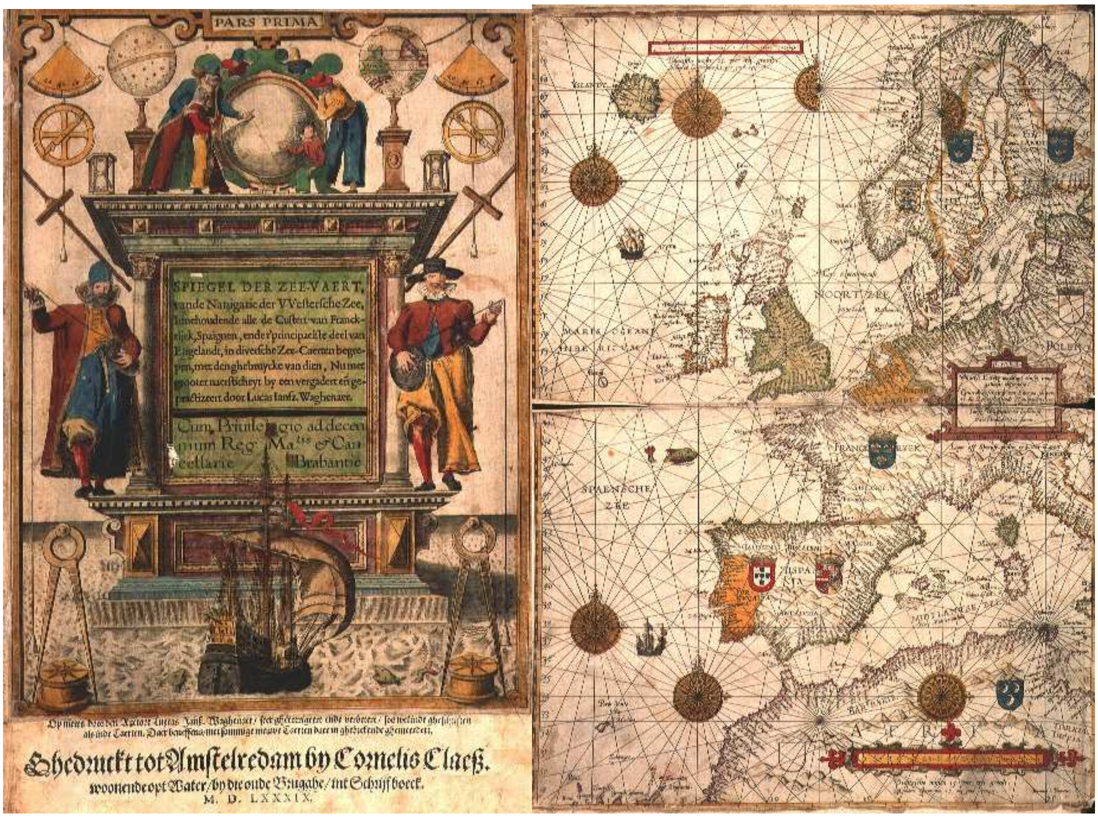
Martín Cortés escribió su *Breve compendio de la Sphera y de la Arte de navegar* a mediados del siglo xv. Empezó señalando que navegar no era otra cosa que caminar sobre las aguas de un lugar a otro, para a continuación marcar las diferencias entre el camino sobre tierra que es firme y sobre la mar que es ignoto. En el prólogo, pone de manifiesto las ventajas que reporta la navegación, pues ha permitido al ser humano conocer el mundo en que vive así como los seres y cosas que lo pueblan y que tan necesarios son para la vida. Hoy día, la navegación es una técnica científica y navegar se ha hecho algo cotidiano. Pero en el siglo xv, cuando Martín escribe su tratado, era un Arte que se aprendía a bordo con un piloto experimentado y se dominaba después de muchas singladuras por los ignotos mares y océanos que estaban por descubrir y explorar. Martín como todos los personajes de los que hablaremos en este artículo vivió en una época de descubrimientos geográficos y de inventos técnicos para la navegación. Fue un tiempo en que la imagen del mundo cambio radicalmente, desde el cerrado mar Mediterráneo al espacio abierto formado por los grandes océanos que conforman la Tierra. Es nuestra intención llevar al lector por un viaje, a través del tiempo, y mostrar de forma breve los hallázgos e inventos que posibilitaron la navegación y por ende la exploración y descubrimiento de nuestro planeta Tierra. Empezaremos en el siglo xv y acabaremos en el siglo xvii. El recorrido será por la época de los descubrimientos geograficos realizados por los europeos más allá del mar Mediterráneo.

El arte de navegar, que consiste en guiar a un navío a través del océano hasta alcanzar un puerto seguro, sólo puede hacerse de forma científica por medio de la determinación de la posición del navío sobre la superficie de la Tierra en términos de latitud y longitud, y para tal fín es necesario utilizar aritmética, geometría, trigonometría y astronomía. Durante la mayor parte del siglo xvii la mayoría de los navegantes utilizaban todavía la navegación plana, navegar como si la Tierra fuera una superficie plana ilimitada. Se observaba la latitud del navío al medio día, a ser posible diariamente, y después de resolver las diferentes travesías efectuadas desde el medio día anterior, se situaba la nueva posición en una carta plana, tomando como posición del navío el punto de intersección de la travesía efectuada con el línea correspondiente a la latitud observada. Esta técnica se conoce con el nombre *echar punto por escuadría*. La posición del navío se resolvía de esta forma con mayor o menor exactitud, dependiendo de diversos factores. Entre esos factores se encuentran: los instrumentos de navegación y los conocimientos científicos, además de la pericia del piloto en el manejo de los primeros y en la experiencia acumulada por los años de navegación. A finales del siglo xviii se había llegado a acotar la posición de un navío dentro de 30 millas para la longitud (cada milla es un minuto de arco de círculo máximo sobre la esfera), y una milla para la latitud.

---

[1] Referencia: GARCIA CRUZ, J. A. 2008. “El arte de llegar a puerto: Matemáticas y Navegación desde la antigüedad hasta el siglo XVII, en “*Descubrir las matemáticas hoy”*, Sociedad, Ciencia, Tecnología y Matemáticas, 2006. Isabel Marrero (coordinadora), Servicio de Publicaciones de la Universidad de La Laguna, 185-199.

El primer atlas náutico impreso de la historia, *Spieghel der Zee-Vaert*[2], despliega en su portada todos los instrumentos necesarios para una segura navegación a finales del siglo xvi. En un alarde de simetría se presentan el cuadrante, la ballestilla, el astrolabio náutico, la ampolleta, la sonda, el compás y la rosa de los vientos. Además la cabecera se adorna con una doble imagen de los cielos y la tierra representados por sendos globos esféricos, de acuerdo con la visión cosmográfica imperante. Pero hay algo más y es la alegoría del título, *Espejo del Navegante*, referente al tratado, compendio de un atlas de cartas náuticas, derrotero y tratado de navegación práctica. A fines del siglo xvi, en el apogéo de los viajes de exploración y conquista europeos a los confines del mundo, los navegantes disponen de una cierta tecnología y conocimientos científicos que posibilitan la navegación oceánica.



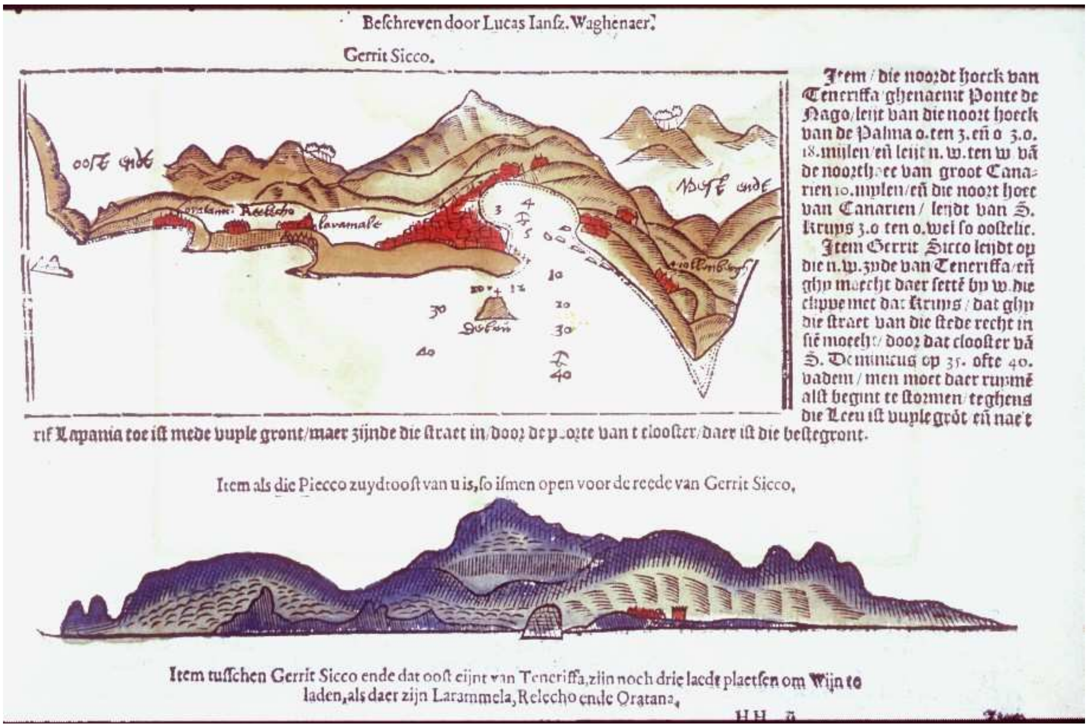
(Figura 1: portada y carta marina, *Spieghel der Zee-vaert*. Leiden, 1584)

Esta tecnología, instrumentos y técnicas de navegación, son el resultado de siglos de experiencia y aprendizaje empírico que ha comenzado en el mediterráneo y mar del norte para después extenderse, primero a los océanos atlántico e índico y luego al océano pacífico.

La primera navegación europea se ceñía principalmente a las costas, tanto en el Mar Mediterráneo como en los mares del norte de Europa: Báltico y mar del Norte. Mientras se nevegaba costeando, incluso perdiendo de vista la costa por poco tiempo, se calculaba la posición de un navío mediante la estima del rumbo y de la distancia. Los instrumentos disponibles eran la sonda, la carta plana, la aguja magnética, el compás y un libro donde se anatoban direcciones de navegación, el antecedente de nuestros actuales derroteros.

[2] *Espejo del navegante*

Los derroteros, a finales del siglo xv, incluyen de forma sistemática vistas de la costa y pequeños mapas de la zona abarcada para facilitar a los pilotos la navegación. Uno de los primeros derroteros impreso fue el *Thresoor der Zee-Vaerdt*. La siguiente imagen, extraída de este derrotero, muestra un plano de la rada de Garachicho, y una vista o perfíl de la costa desde el mar. Además se dan indicaciones para entrar en el puerto, como la que aparece bajo la vista de la costa: *si ves el Pico al sudeste, entonces estás frente a la rada de Garachico*. Las anclas indican los buenos lugares para fondear y los números la profundidad en brazas a media marea.

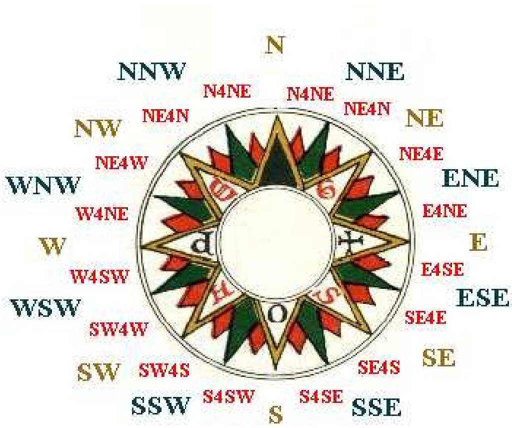


(Fig 2: Página característica de un derrotero náutico holandés del siglo xvi. *Thresoor der Zeevaert*. Amterdam,1596)

Además de la carta plana y del derrotero los pilotos disponían de conocimientos e instrumentos para manejar la nave y llevarla a puerto.

La Rosa de los vientos y el tronco de leguas

Para determinar la dirección de navegación (rumbo) y la distancia a recorrer, los pilotos utilizaban la rosa de los vientos y el tronco de leguas, presente en toda carta plana. La rosa de los vientos más común es la de 32 puntos, correspondientes a 32 rumbos y dividiendo el arco de 360º en 32 ángulos, cada uno equivalente a 11º 25’.



(Fig 3: rosa de los vientos con los treinta y dos rumbos característicos)

Para determinar el rumbo a seguir entre dos puntos de la carta plana, el piloto trazaba sobre la carta la línea recta que los unía y luego desplazaba esa línea paralelamente hasta alcanzar la rosa de los vientos más próxima. Una vez situada la línea recta sobre la rosa de los vientos observaba qué viento o rumbo era el que mejor encajaba con la dirección dada por la línea recta. Luego llevaba la distancia, entre los dos puntos, sobre el tronco de leguas y calculaba de este modo la distancia total a recorrer por la travesía. Estas operaciones sencillas realizadas sobre la carta plana eran bastante imprecisas. Amén de otras imperfecciones de la carta plana que más adelante expondremos y cuyo mayor exponente es, no reflejar la *globosidad* del planeta Tierra.

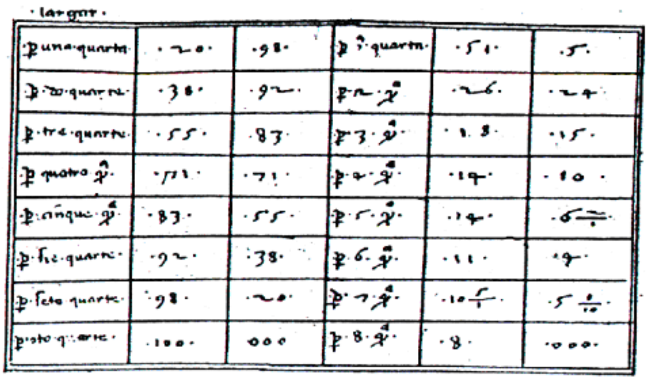
(Fig 4: Carta plana que muestra tres rosas de los vientos y tronco de leguas, rectángulo decorado, en la parte inferior derecha. Las líneas rectas constituyen el característico entramado de rumbos)

Resolución de una travesía

La mayoría de las veces no era posible seguir un rumbo recto entre dos puntos durante la travesía, debido a los vientos, a las corrientes o a otras causas. Entonces había que cambiar el rumbo y después de un cierto tiempo, volver al rumbo deseado. El problema que se planteaba era el cálculo o estima de la distancia navegada.

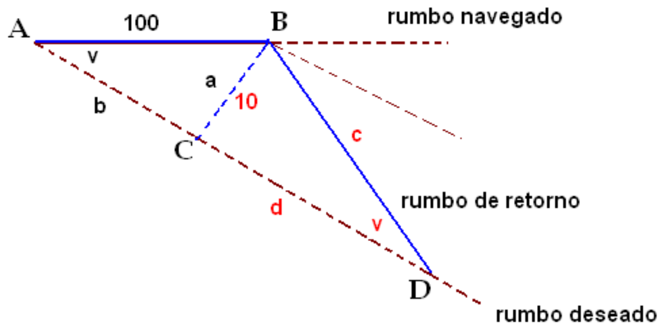
En el Atlas de Andrea Bianco (1436) aparece una tabla en la que se proporcionan los datos necesarios para resolver determinadas travesías.

Mediante la transcripción de la tabla y un dibujo explicaremos el significado y su posible uso.



Largar					
Per una cuarta	20	98	1 cuarta	51	50
Per dos cuartas	38	92	2 cuartas	26	24
Per tres cuartas	55	83	3 cuartas	18	15
Per cuatro cuartas	71	71	4 cuartas	14	10
Per cinco cuartas	83	56	5 cuartas	12	6 2/3
Per seis cuartas	92	38	6 cuartas	11	4
Per siete cuartas	98	20	7 cuartas	10 1/5	5 1/10
Per ocho cuartas	100	0	8 cuartas	8	0

(Fig 5: Tabla del Atlas de Andre Bianco, siglo xv)



AC= b = avanzo (avanzó)
BC= a =allargo (alargó)
BD= c = ritorno (retornó)

(Fig 6: Esquema de resolución de una travesía)

Un navío desea seguir el rumbo determinado por la línea recta ACD. Pero, por algún motivo, se desvía un ángulo **v** y debe navegar según el rumbo marcado por la línea recta AB. Después de un tiempo, ha recorrido una distancia, y vuelve al rumbo deseado siguiendo el rumbo de retorno que, según el dibujo, se realiza girando dos veces hacia la derecha, estribor, el ángulo **v**. La tabla del Atlas de Andrea Bianco proporciona los valores incógnitas del dibujo. Después de un cierto tiempo navegando el barco se encuentra en la posición B. Habiendo navegado una distancia AB. Se ha apartado una distancia BC del rumbo deseado y *avanzado* AC. Fijemos nuestra atención en el triángulo ACB (Fig 6). Se tiene que **BC = a = 100 sen v**; **AC= b = 100 cos v**. Por otro lado, en el triángulo BCD, donde hemos supuesto que BC=10, tenemos que **BD = c = 10/sen v**; **CD = d = 10/tag v**. La siguiente tabla ha sido construida utilizando las fórmulas anteriores.

v	a	b	v	c	d
11,25	19,51	98,08	**11,25**	51,26	50,27
22,50	38,27	92,39	**22,50**	26,13	24,14
33,75	55,56	83,15	**33,75**	18,00	14,97
45,00	70,71	70,71	**45,00**	14,14	10,00
56,25	83,15	55,56	**56,25**	12,03	6,68
67,50	92,39	38,27	**67,50**	10,82	4,14
78,75	98,08	19,51	**78,75**	10,20	1,99
90,00	100,00	0,00	**90,00**	10,00	0,00

Sus valores desvelan el significado de la tabla presente en el Atlas de Andrea Bianco. Si redondeamos los valores de esta tabla a cifras enteras, obtenemos los correspondientes valores de la tabla de Atlas de Andrea Bianco, lo que es una prueba de la precisión mostrada en el siglo xv.

Veamos mediante un ejemplo el funcionamiento de la tabla. Supongamos que el navío se ha desviado de su rumbo tres cuartas, es decir **v**=33,75º, y ha recorrido 250 millas. Entramos en la tabla por la fila tercera, por cada 100 millas **a** = 55,56, luego tenemos que el navío se ha apartado de su rumbo 138,9 millas y ha recorrido una distancia parcial **b** = 207,875 millas. Nos queda por calcular el tramo **d**. Para ello vamos a la segunda parte de la tabla. Esta tabla vale para cada 10 millas de **a**. Como **a** = 138,9 tenemos que **d**= 13,89 × 14,97 = 207,93 que sumado al valor calculado para **b** hace un total de 415,8 millas el tramo recorrido al llegar de nuevo al rumbo deseado. Para alcanzar dicho rumbo el timonel debe virar a estribor seis cuartas de la rosa de los vientos y mantener ese rumbo hasta que se haya recorrido una distancia estimada igual a **c** = 13,89 × 18 = 250 millas. En ese momento dando una vuelta de timón, igual a tres cuartas de la rosa de los vientos, enfilará el navío con el rumbo deseado.

El recorrido por el rumbo navegado, AB, es estimado. Una vez decidido retornar al rumbo deseado hay que calcular mediante la tabla el valor **c**, sobre el rumbo de retorno, y luego estimar cuándo se ha recorrido esa longitud en dicho rumbo. En ese momento, se estará otra vez en el rumbo deseado.

El tamaño de la Tierra: ¿cuántas leguas caben en un grado?

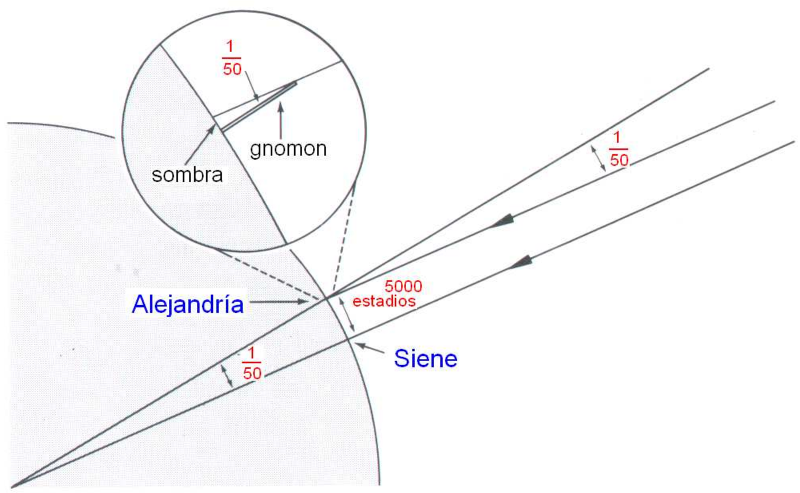
A comienzos del siglo XV los dos países que lideran la exploración oceánica, Portugal y España, tienen dos medidas diferentes para el grado de círculo máximo. En Portugal se utiliza la medida de 17’5 leguas por grado de círculo máximo, mientras que en España se utiliza la medida de 16 y 2/3 de legua por grado.
¿Cuál es la razón de tal discrepancia?

Tenemos que ir ha la antigüedad greco-latina para encontrar una posible explicación. Eratóstenes de Alejandría, geómetra y bibliotecario de la célebre biblioteca de Alejandría (Egipto), midió el arco de círculo máximo encontrando el valor de 6300 leguas. Si dividimos esa cantidad entre 360º obtenemos la razón de 17’5 leguas por grado.

Por otro lado, Posidonio de Apameia, obtuvo 6000 leguas para el círculo máximo que, al dividir por 360, nos proporciona la razón de 16 y 2/3 de legua por grado.

Es interesante observar que dichas mediciones fueron realizadas con una separación entre ambas de casi dos siglos. Además la medición de Eratóstenes involucra al Sol mientras que la de Posidonio utiliza la estrella Canopus. Una se realizó durante el día y la otra durante la noche. Sabemos que Eratóstenes realizó su observación de la altura del Sol al medio día del solsticio de verano, día más largo del año, mientras que no sabemos a qué hora de la noche realizó su observación Posidonio. Eratóstenes utilizó un gnomon, palo en posición vertical, mientras que desconocemos el instrumento utilizado por Posidonio (¿un astrolabio?).

Eratóstenes da por hecho lo siguiente: La Tierra en una esfera, el Sol está tan lejos que los rayos del mismo se pueden considerar que son paralelos cuando inciden sobre la superficie de la Tierra, la ciudad de Siena está sobre el trópico y en el mismo meridiano que Alejandría, la distancia entre Siena y Alejandría es de 5000 estadios.
En Siena, el día del solsticio de verano, el gnomon no arroja sombra. Si lo hace en Alejandría y Eratóstenes mide el ángulo que forma el gnomon con los rayos solares, que es el mismo que forman los radios terrestres que inciden en Alejandría y Siena.

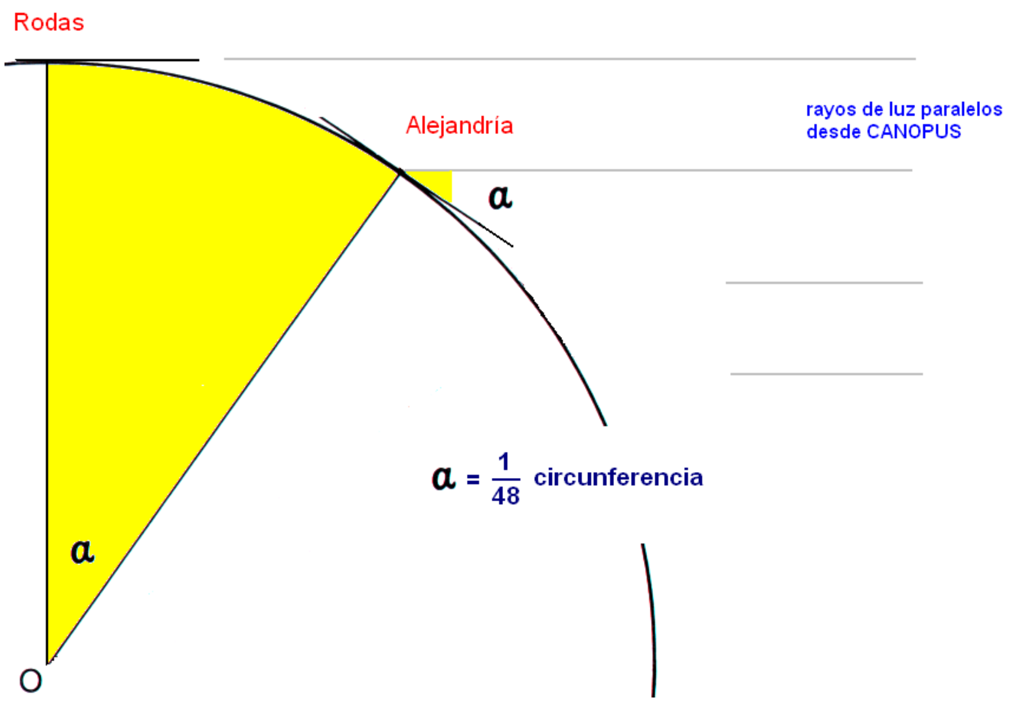


(Fig 7: Esquema de arco de meridiano entre Siene y Alejandría)

Ese ángulo es aproximadamente 7º 12’ es decir una cincuenta ava parte del arco de círculo máximo terrestre. Si tal arco mide 5000 estadios, tenemos 50 × 5000 = 250000, que más tarde ajustó a 252000 (número divisible por 360 y que además asigna a cada grado la razón de 700 estadios). Como cada 10 estadios hacen una milla y cada cuatro millas una legua, tenemos 252000:40 = 6300 leguas.

La medición de Posidonio tiene en cuenta también a la ciudad de Alejandría. En dicha ciudad se observa la estrella Canopus. También considera que los rayos de luz de la estrella son paralelos al llegar a la superficie de la Tierra y el ángulo de elevación de dicha estrella sobre el horizonte de Alejandría equivale a la cuarta parte de un arco del zodiaco. Como cada arco del zodiaco corresponde con 30º tenemos que dicho ángulo es equivalente a un 48 ava parte del arco de círculo máximo de la esfera celeste. En Rodas, más al norte, la estrella Canopus solo es visible en un instante y desaparece inmediatamente bajo el horizonte por efecto del movimiento terrestre. Luego, los rayos de luz de Canopus son tangentes a la esfera terrestre en Rodas e inciden sobre Alejandría. Por lo tanto, el arco de círculo máximo entre Rodas y Alejandría corresponde a una 48 ava parte del arco de círculo máximo terrestre. Como la distancia entre Rodas y Alejandría es de 5000 estadios, tenemos 48×5000 = 250 000 estadios, o también 240000:40 = 6000 leguas.

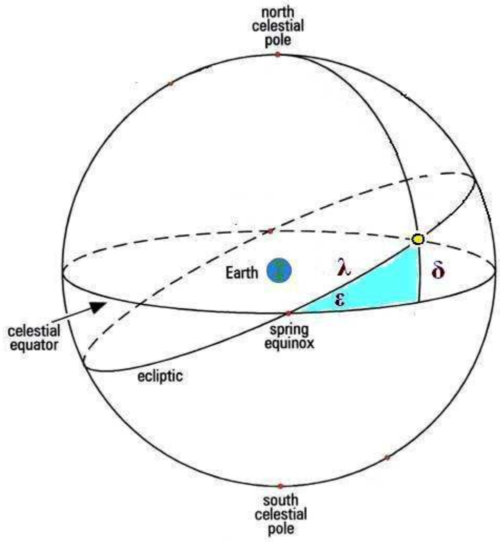
Esta es la explicación más plausible sobre la diferencia entre la medida en leguas para el grado de círculo máximo entre Portugal y España a principios del siglo XVI. Así, los españoles seguían a Posidonio y los portugueses a Eratóstenes. Más adelante, ya bien entrado el siglo XVI y debido quizás a la experiencia de los pilotos que preferían la medida portuguesa por más exacta, pasó esta a ser de dominio general en toda la península Ibérica, desterrándose la medida de Posidonio.



(Fig 8: Esquema del arco de meridiano entre Rodas y Alejandría)

La navegación en el Atlántico

La navegación en el Mar Mediterráneo, al ser una navegación costera, sólo requería del rumbo y distancia por lo general. Al pasar al océano Atlántico y realizarse la exploración de la costa africana, la navegación tomó una dirección Norte-Sur y la mayor parte de los viajes se realizaba, por el régimen de vientos, lejos de la costa. Sobre todo la navegación de vuelta del golfo de Guinea que requiere del navío que se adentré en el océano hasta la altura de las Islas Azores, y una vez allí poner rumbo Este, hasta alcanzar la costa portuguesa. Surge así, una navegación conocida como de altura o de latitud. El piloto navega en la dirección Norte-Sur hasta que alcanza la altura o latitud del puerto de destino y entonces navega en la dirección Este-Oeste. Esta nueva navegación requiere de la determinación, lo más exacta posible, de la latitud en el mar. A tal fin se utilizan dos astros, el Sol y la estrella Polar, y dos instrumentos, el astrolabio y la ballestilla. Además aparece, a principios del siglo xvi el primer tratado de navegación para uso a bordo de los navíos: *Regimento do estrolabio e do quadrante* (ca 1509), primera guía náutica y antecesor de nuestros almanaques náuticos y manuales de navegación. En él se recoge, en una tabla rudimentaria, la *declinación solar* para todos los días de un año, así como el *lugar del sol*. Estos datos son necesarios para corregir la altura meridiana del Sol mediante observación directa con el astrolabio y poder determinar su posición de altura o latitud.



(Fig 9: Lugar del Sol, declinación y oblicuidad de la eclíptica)

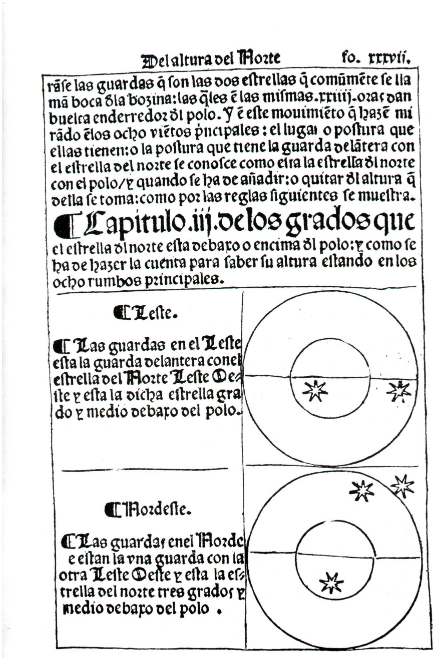
El conocimiento matemático necesario para la construcción de estas tablas fue desarrollado desde la antigüedad griega, pero es durante el siglo xv, cuando Regiomontano publica su célebre obra *De triangulis onimodis* (Nuremberg, 1464), compendio actualizado de la trigonometría esférica, donde se expone el teorema de los senos para todo triángulo esférico que permite relacionar las magnitudes angulares (Fig 9) según la expresión: *sen* δ = *sen* ε *sen* λ. Durante el siglo xvi se publicaron sendas tablas de senos, para facilitar los cálculos involucrados, por Peurbach, Rethicus y el mismo Regiomontano.

Para el cálculo de la altura meridiana del sol se utilizaba el astrolabio tal y como queda de manifiesto en los tratados náuticos de la época. Los más importantes llevan nombres españoles: *Regimiento de Navegación* (Sevilla, 1563) y *Breve compendio de la sphera y de la arte de navegar* (Sevilla, 1551) y corresponden a Pedro de Medina y a

Martín Cortés respectivamente. La altura meridiana se corregía con la declinación correspondiente para así determinar la latitud geográfica del observador.

(Fig 10: Astrolabio y ballestilla, *Regimiento de Navegación.* Sevilla, 1563)

La latitud también se puede determinar mediante la altura de la estrella Polar. La altura del Polo, centro geográfico de la esfera celeste, proporciona automáticamente la latitud del observador. Sin embargo, en la época de los descubrimientos, la estrella Polar no ocupaba el norte de la esfera celeste, sino que se encontraba desplazada alrededor de 3'5º del mismo. Para determinar la altura del Polo, los pilotos utilizaban *El Regimiento del Norte*. Un conjunto de reglas basadas en las diferentes posiciones de las *Guardas*, sobre todo Kochab (guarda delantera izquierda), en su giro alrededor del Polo Celeste. El primer regimiento del norte impreso aparece en el ya citado *Regimento do astrolabio…*Un ejemplo de este compendio de reglas se muestra en la ilustración que muestra la figura 11.


Del altura del Norte fo. xxxvii.

rā se las guardas q̃ son las dos estrellas q̃ comūmēte se llamā boca dla bozina: las q̃les ē las mismas .xxiiij. oras dan buelta enderredor dl polo. Y ē este mouimiēto q̃ hazē mirādo ēlos ocho viētos p̄ncipales: el lugar o postura que ellas tienen: o la postura que tiene la guarda delātera con el estrella del norte se conosce como esta la estrella dl norte con el polo/ y quando se ha de añadir: o quitar dl altura q̃ della se toma: como por las reglas siguientes se muestra.

Capitulo .iij. de los grados que el estrella dl norte esta debaxo o encima dl polo: y como se ha de hazer la cuenta para saber su altura estando en los ocho rumbos principales.

Leste.

Las guardas en el Leste esta la guarda delantera con el estrella del Norte Leste Oeste y esta la dicha estrella grado y medio debaxo del polo.

Nordeste.

Las guardas en el Nordeste estan la vna guarda con la otra Leste Oeste y esta la estrella del norte tres grados y medio debaxo del polo.

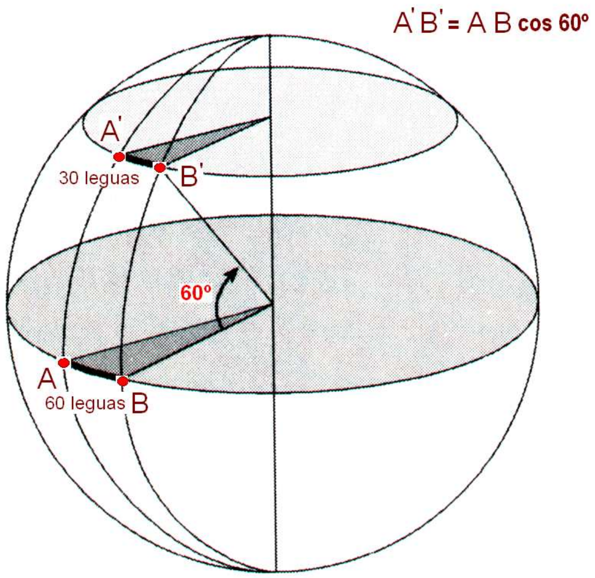
(Fig 11: *Regimiento de la Polar*, Pedro de Medina. Sevilla 1563)

La ilustración inferior reza: Nordeste. Las guardas en el Nordeste y está la una con la otra en la dirección Este-Oeste, entonces hay que sumar a la altura de la Polar, medida por la ballestilla, 3'5º para determinar la altura del Polo. Así que el piloto observaba la posición de las guardas y consultaba el *Regimiento* para determinar la corrección a aplicar a la altura de la Polar que medía, si atendemos a los Regimientos en boga, por la ballestilla.

La carta náutica de Mercator – Wright

El problema: encontrar una representación plana de la superficie terrestre que sea útil para la navegación. Equivale a encontrar una representación en la que se puedan trazar rumbos y medir distancias. La solución no debería ser muy diferente a la representación usual, es decir, debería parecerse a la carta plana.

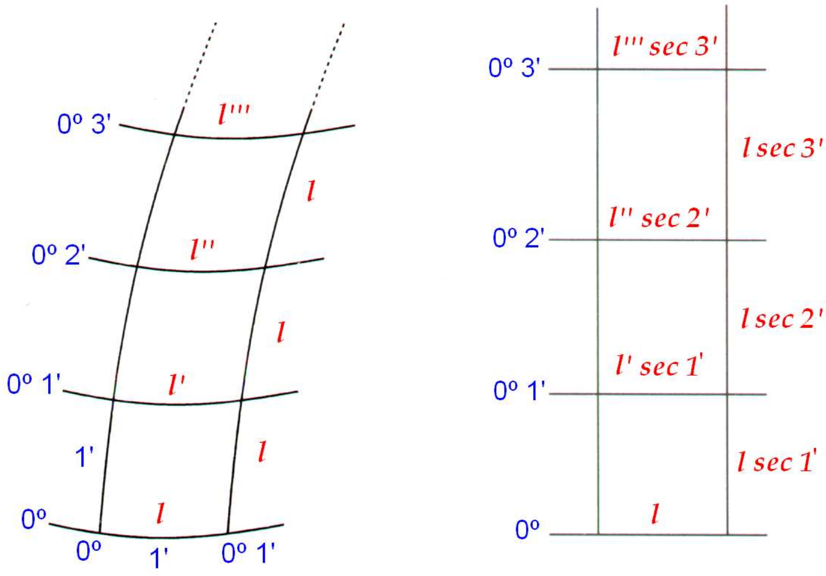
Ya Martín Cortés, en su *Breve compendio de la sphera…,* se quejaba de las cartas planas que al no ser *globosas* no tienen en cuenta la convergencia de los meridianos según nos acercamos a los Polos. Así, si partimos de dos puntos situados sobre la Equinocial y separados por 60 leguas, y nos movemos hacia cualquiera de los Polos siguiendo el meridiano que pasa por cada punto, cuando nos separemos 60º de la Equinocial, la distancia entre los meridianos se habrá reducido a 30 leguas. Pues sabemos que la longitud del arco de paralelo entre los puntos A'B' a latitud φ, se relaciona con la longitud del arco en el ecuador, AB, mediante la relación A'B'=AB $\cos\varphi$.



(Fig 12: Convergencia de meridianos)

Esta relación la expresa correctamente Edward Wright en su célebre obra *Certaine errors in navigation…*, publicada a finales del siglo xvi, en 1599, y que supone la primera solución matemática al trazado de la carta náutica, solución que a partir de entonces, se conocerá como proyección Mercator-Wright. La primera imagen de esta proyección había aparecido en un pequeño mapa de Europa trazado para la cubierta de de un reloj de sol por Erhardt Etzlaub (1460-1532) de Nuremberg entre 1511 y 1513. Sin embargo, fue Gerard Mercator (1512-1594) quién primero la dio a conocer para propósitos náuticos en su célebre *Das Weld Caerte* de 1569.

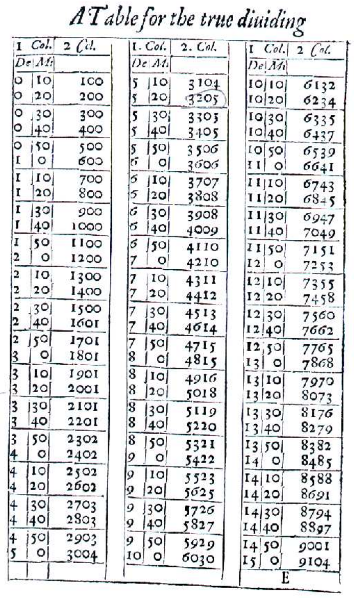
Volvamos sobre la obra de E. Wright para comprender el trazado de la carta. El resultado de la proyección debe ser una carta que conserve el trazado en líneas rectas de los meridianos y paralelos, formado un entrelazado rectangular, que permita trazar cualquier rumbo mediante una línea recta. Además debe permitir realizar mediciones, como se hacía en la carta plana, con cierta exactitud.



(Fig 13: La solución gráfica de E. Wright)

Veamos la solución dada por Wright. Supongamos dos meridianos separados por un minuto de arco, y consideremos paralelos que se distancian un minuto también a partir del ecuador.

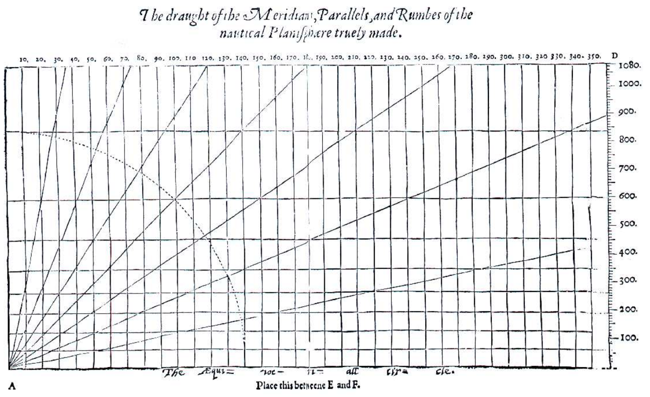
Sobre la esfera terrestre, sabemos que $\ell' = \ell \cos 1'$, o también $\ell = \ell' \sec 1'$. Así que, si queremos mantener la misma distancia entre los paralelos sobre la carta plana, entonces, esa distancia es igual a la distancia entre los paralelos en el ecuador. Pero, deberíamos mantener la misma escala entre los segmentos de meridiano y los segmentos de paralelo, y sabemos que dicha escala equivale a la relación $\ell/\ell' = \sec \varphi$. Asi que, para conservar la escala entre los segmentos de meridiano y de paralelo en el mapa, el segmento de meridiano debe valer $\ell \sec\varphi$. De esta forma se consigue que la relación (seg de meridiano) : (seg de paralelo) = $\ell \sec\varphi : \ell' \sec \varphi = \ell : \ell' = \sec \varphi$. Luego, un punto que está 1' a la izquierda del origen de coordenadas en el plano y a n' de ordenada, su coordenada y será igual a la suma de secantes siguiente, $y = \ell (\sec 1' + \sec 2' + \sec 3' + \ldots + \sec n') = \ell \sum sec\ i$. Si transformamos en continuo el espaciado entre los meridianos, es decir tan pequeño como queramos, tenemos $y = \ell \int secx\ dx$. Este cálculo no estaba al alcance de E. Wright, pues el cálculo diferencial no había sido inventado en las postrimerías del siglo xvi. Así que para solucionar el problema de suma de secantes, Wright confeccionó gráficamente una tabla de secantes a intervalos de diez minutos, dando el número de partes correspondientes suponiendo que cada minuto de arco en el ecuador contiene 10 partes.



A Table for the true diuiding

1 Col. De	1 Col. Mi	2 Col.	1. Col. De	1. Col. Mi	2. Col.	1 Col. De	1 Col. Mi	2 Col.
0	10	100	5	10	3104	10	10	6132
0	20	200	5	20	3205	10	20	6234
0	30	300	5	30	3305	10	30	6335
0	40	400	5	40	3405	10	40	6437
0	50	500	5	50	3506	10	50	6539
1	0	600	6	0	3606	11	0	6641
1	10	700	6	10	3707	11	10	6743
1	20	800	6	20	3808	11	20	6845
1	30	900	6	30	3908	11	30	6947
1	40	1000	6	40	4009	11	40	7049
1	50	1100	6	50	4110	11	50	7151
2	0	1200	7	0	4210	12	0	7253
2	10	1300	7	10	4311	12	10	7355
2	20	1400	7	20	4412	12	20	7458
2	30	1500	7	30	4513	12	30	7560
2	40	1601	7	40	4614	12	40	7662
2	50	1701	7	50	4715	12	50	7765
3	0	1801	8	0	4815	13	0	7868
3	10	1901	8	10	4916	13	10	7970
3	20	2001	8	20	5018	13	20	8073
3	30	2101	8	30	5119	13	30	8176
3	40	2201	8	40	5220	13	40	8279
3	50	2302	8	50	5321	13	50	8382
4	0	2402	9	0	5422	14	0	8485
4	10	2502	9	10	5523	14	10	8588
4	20	2602	9	20	5625	14	20	8691
4	30	2703	9	30	5726	14	30	8794
4	40	2803	9	40	5827	14	40	8897
4	50	2903	9	50	5929	14	50	9001
5	0	3004	10	0	6030	15	0	9104

E



(Fig 14: tabla y gráfico para la construcción de una carta náutica de Mercator. *Certaine errors in navigation…*1599)

A finales del siglo xvi se había avanzado teóricamente en la solución de determinados problemas claves para una navegación segura. La latitud se podía calcular de forma bastante precisa y los pilotos disponían de, al menos, dos métodos que permitían servir el uno para corregir el otro. Sin embargo, la longitud era un problema sin visos de solución a corto plazo. Las cartas planas que dibujaban el océano Atlántico son una muestra de la imperfección en la determinación de la longitud geográfica. Por otro lado, asombra la pericia de los pilotos que, a pesar de las carencias señaladas, fueron capaces de viajar y volver de América y adentrarse en la exploración del océano Pacífico. La carta de Mercator, a pesar de la solución teórica de Wright, siguió siendo un artefacto teórico en manos del cartógrafo hasta bien entrado el siglo xvii. Los atlas náuticos y derroteros de navegación de la primera mitad del siglo xvii siguieron mostrando la representación del mar mediante cartas planas a las que se les añadió la línea de altura o latitud. La determinación astronómica de la longitud necesita de una observación precisa de los astros más allá de una observación a simple vista. Es decir, se requiere de un artefacto óptico, algo así como un catalejo o telescopio. Además requiere de la medida precisa del tiempo, es decir de un reloj o cronómetro. Las primeras soluciones a ambos artefactos las propondrá Galileo Galilei a principios del siglo xvii. Pero esto ya es otra historia.

Bibliografía

Alexander, J. “Loxodromes: A Rhumb Way to Go.” *Mathematics Magazine*, 77, 5 (2004): 349-356.

Bond, J.D. “The Development of Trigonometric Methods down to the Close of the XVth Century”. *Isis,* Vol 4, No. 2. (Oct., 1921), 295-323.

Cerezo Martínez, R. *La Cartografía Náutica Española en los siglos XIV, XV y XVI.* Madrid: Consejo Superior de Investigaciones Científicas, 1994.

Cortés, Martín. *Breve compendio de la esfera y de la arte de navegar*. Sevilla, 1551.

De Medina, Pedro. *Regimiento de navegación*. Sevilla, 1563.

López Piñero, J.M. *El Arte de Navegar en la España del Renacimiento.* Barcelona: Editorial Labor, 1986.

Monmonier, M. *Rhumb Lines and Map Wars. A Social History of the Mercator Projection.* Chicago: The University of Chicago Press, 2004.

Nordenskiöld, A.E. *Periplus: An Essay on the Early History of Charts and Sailing-Directions.* Stockholm: P.A. Norstedt, 1897.

Resnikoff, H.L.& R.O. Wells jr. *Mathematics in Civilization.* New York: Dover Publications Inc, 1984.

Rickey, V.F. y Tuchinsky, P.M. "An Application of Geography to Mathematics: History of the Integral of the Secant." *Mathematics Magazine* 53, 3 (1980): 162-166.

Taylor, E.G.R. *The Haven-Finding Art.* London: Hollis & Carter, 1956.

Wright, E. *Certaine errors in navigation…*London: Valentine Simss, 1599.