

Contexto cotidiano frente a contexto matemático  
en inferencia estadística

**Israel García Alonso y Juan Antonio García Cruz**  
**Universidad de La Laguna**

Actas de las XIII Jornadas sobre  
Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas  
Granada, Julio de 2007

# Contexto cotidiano frente a contexto matemático en inferencia estadística

**Israel García Alonso y Juan Antonio García Cruz**

**Universidad de La Laguna**

## **Introducción**

Durante los últimos años hemos centrado nuestra investigación en el campo de la inferencia estadística en el Bachillerato de Ciencias Sociales. Un primer trabajo, donde analizábamos las respuestas dadas por el alumnado a cuestiones de Test de Hipótesis en la prueba de acceso a la Universidad, fue presentado en las XI JAEM celebradas en Tenerife en julio de 2003. En esta ocasión vamos a presentar algunos hallazgos de nuestra investigación más reciente en inferencia estadística, centrada en el análisis del significado de los términos utilizados en algunos libros de texto de bachillerato de Ciencias Sociales.

Principalmente nos interesamos por los términos clave, de la inferencia, que se utilizan en los libros de texto y qué dificultades pudiera encontrar el estudiante cuando utiliza este importante recurso. Nos centraremos en segundo de bachillerato, en la asignatura de Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II. Nuestra investigación se corresponde con un estudio a priori del libro de texto como instrumento, tanto para el alumnado como para el profesorado, en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

La primera y más importante cuestión que nos planteamos es:

¿Existe diferencia entre el significado que posee un término de inferencia estadística en los libros de texto y en los manuales universitarios y el que correspondería a tal término en un contexto cotidiano?

Por ejemplo, ¿significa lo mismo el término *MUESTRA* en los dos/tres contextos señalados?

### *Elementos para la clasificación*

Necesitamos categorizar los términos que encontramos en los libros de texto y lo haremos siguiendo la descripción que hace Shuard & Rothery (1984), diferenciando el significado que puede presentar un término según el contexto en el que se esté trabajando. Así, debemos fijarnos, por un lado en el contexto matemático y por otro lado en el contexto cotidiano. Creemos que es importante hacer esta diferenciación, pues el contexto determina el significado que tiene un término. Y por otro lado, deberíamos tener en cuenta que el significado de un mismo término puede ser diferente en el contexto matemático y en un contexto cotidiano, y planificar la enseñanza en consecuencia. Según estos autores podemos encontrarnos tres categorías de significado para los términos utilizados en la enseñanza de las matemáticas:

- **Mismo significado en ambos contextos:** Son términos cuyos significados son iguales o muy próximos en el contexto matemático y en el cotidiano.
- **Distinto significado en ambos contextos:** Se trata de términos que aparecen en las matemáticas y en el lenguaje ordinario, aunque no siempre con el mismo significado en los dos contextos
- **Significado propio en el contexto matemático:** Son términos específicos de las matemáticas que, normalmente, no forman parte del lenguaje cotidiano

### *Selección de los libros de texto*

Aprovechando las reuniones de Coordinación de PAU, pasamos una encuesta a los profesores que imparten inferencia estadística en Bachillerato de Ciencias Sociales. La encuesta era muy sencilla, pues se les pedía que nos indicaran la editorial. O si no utilizaban ningún libro de texto directamente en el aula, que nos indicaran la editorial que utilizaban para elaborar los apuntes para trabajar en el aula. O cómo se las arreglaban con la asignatura en caso de que no procediera ninguna de las anteriores observaciones. Por otro lado, elaboramos una encuesta sobre el perfil del profesorado que trabaja esta asignatura, pero que decidimos pasar a través de correo electrónico. Para ello, solicitamos a aquellos que quisieran participar nos proporcionasen su dirección de e-mail para enviársela, que la completaran y la devolvieran al correo de partida. A nuestra solicitud sobre la editorial y dirección de correo respondieron 37 profesores. Encontramos que la mayoría utilizaban los textos de las editoriales Anaya, SM, Santillana y Edelvives.

### *Definición del contexto*

Asumimos en nuestra investigación que el significado del término en el contexto cotidiano lo da el diccionario de la lengua española, mientras que, las definiciones de aquellos términos con significado propios del lenguaje matemático vendrán dadas por dos manuales universitarios: Moore (2005) y Mendenhall (1982). El español es una lengua que se encuentra normativizada por la Real Academia de la Lengua, la cual se encarga de recoger todos aquellos términos y nuevas acepciones de los mismos que la lengua va adquiriendo con el tiempo. Es su *Diccionario* un recurso fundamental cuando queremos estudiar los términos tal y como los recoge el lenguaje cotidiano. Y además, con respecto a los tecnicismos el *Diccionario* añade que “*incorpora aquellas voces procedentes de los distintos campos del saber y de las actividades profesionales cuyo empleo actual (...) ha desbordado su ámbito de origen y se ha extendido al uso, frecuente u ocasional, de la lengua común y culta*”.

## **Resultados**

En total analizamos 33 términos relativos a la Inferencia Estadística. Una vez analizados los clasificamos por categorías, obteniendo la siguiente distribución:

**Mismo significado en ambos contextos (4):** *Estadística, Población, Individuo, Tamaño de la muestra.*

**Distinto significado en ambos contextos (9):** *Media, Muestra, Estimación, Inferir, Distribución, Probabilidad, Representatividad, Riesgo, Significativo.*

**Significado propio en el contexto matemático (20):** *Parámetro, Estadístico, Muestreo Aleatorio, Media muestral, Media poblacional, Nivel de confianza, Desviación Típica, Estadística inductiva, Estadística hipotético-deductiva, Error máximo admisible, Normal, Sesgado, Eficiente, Proporción muestral, Contraste de Hipótesis, Hipótesis nula, Hipótesis alternativa, Nivel de significación, Error de tipo I, Error de tipo II.*

Como era de esperar, en un tema tan especializado, la mayoría de los términos tienen significado propio en el contexto matemático. Sin embargo, no son pocos los que tienen significado distinto en ambos contextos. En un proceso de enseñanza y aprendizaje, a la dificultad natural que introduce un significado nuevo debido a un contexto específico, hay que añadir el que exista un significado diferente entre lo cotidiano y lo específicamente matemático. Así que, por motivos de espacio, pasamos a analizar sólo algunos de los términos estudiados, y que consideramos más relevantes a tener en cuenta cuando se planifique la intervención en el aula.

Es obvio recordar que el concepto de **Muestra** es clave en la inferencia estadística. Pues bien, ese es un término de los que podríamos considerar como altamente problemático, pues su significado difiere en ambos contextos. Para este término podemos observar (ver Anexo) que la definición dada por los manuales universitarios es equivalente entre sí, mientras que la dada por el Diccionario agrega la idea de que el subconjunto debe ser representativo del total. Este requisito no aparece en los manuales universitarios, pero podemos observar que sí lo recogen los libros de texto.

¿Qué se entiende por **representativo**? El Diccionario define este término como:

1. *Hacer presente algo con palabras o figuras que la imaginación retiene.*
2. *Ser imagen o símbolo de algo, o imitarlo perfectamente.*

Según esta definición, cuando se dice que una muestra es representativa se está indicando que la muestra debe “imitar perfectamente” o “ser imagen” de la población. Encontramos que se está fomentando de esta manera la concepción errónea descrita por Kahnemann et al. (1982) denominada *heurística de la representatividad*, donde el estudiante espera que pequeñas muestras hereden todas las propiedades de la población. Sabemos que no es el parecido con la población lo que valida una muestra, sino su método de selección. Sin embargo, no encontramos en ningún caso el que se señale como propiedad importante de las muestras su *variabilidad*. Es un hecho destacable que el Diccionario recoja la definición de muestra indicando que sea representativa. Esto nos demuestra que en el contexto cotidiano se ha adoptado una definición errónea de este tecnicismo, y que pudiera generar un obstáculo en el aprendizaje. Constatamos que algunos libros de texto fomentan esta concepción errónea, en concreto los dos más utilizados por el profesorado.

**Inferir** es otro término de uso extendido en el contexto cotidiano. Pero, podemos observar que, el Diccionario hace una equivalencia entre inferir y deducir. En matemáticas son términos opuestos y con significados distintos. Por otro lado, creemos que es algo muy relevante que ninguna de las editoriales más utilizadas realice una descripción o introducción al concepto de inferir, teniendo en cuenta que es un concepto central y que además es, obviamente, el objetivo fundamental de la Inferencia Estadística. Consideramos este hecho como falta total de consistencia en la elaboración del tema por las editoriales o autores.

**Media.** El *Diccionario*, da la definición de punto medio entre dos extremos. Esta definición, más que ayudar, puede confundir, pues no siempre la media estará en el centro de los dos extremos de una distribución (sólo es cierta cuando se trata de la media de dos valores). Además, en los textos se mezclan muchas “medias”. Aparece la media muestral, media poblacional, esperanza matemática o media en probabilidad (de variable discreta y continua), media de una distribución muestral, la distribución de las medias muestrales, etc., así como distintas notaciones:  $\bar{x}$ ,  $\mu$ ,  $E[X]$ . Hay libros de texto que suponen que este término ha sido trabajado en cursos anteriores, por lo que no lo definen en ningún momento. La media de una serie de datos es la que aparece con más frecuencia y que es la que aporta el *Diccionario*, mientras que los otros tipos de medias son las que difieren del contexto cotidiano.

**Significativo.** Este término se utiliza mucho en estadística y tiene una definición diferente según el contexto de trabajo. Pues, mientras para el contexto cotidiano se trata de algo importante, en el contexto matemático se halla ligado a la probabilidad y tiene un significado diferente, es poco probable que ocurra y por tanto, si algo es significativo no se suele dar. Por otro lado, ni los libros de texto ni el otro manual universitario (Mendenhall) hacen hincapié en este término y en el significado que tiene dentro del contexto matemático.

## Algunas conclusiones

Con este estudio también hemos podido constatar que el lenguaje que se utiliza, en este nivel educativo, está compuesto, en gran medida, por términos específicamente matemáticos. Hemos constatado que algunos autores no hacen el esfuerzo necesario para proporcionar la definición

de los términos en el contexto matemático. En otras ocasiones, se adorna la definición. Estas diferencias en las definiciones no son fácilmente localizables, y los estudiantes no poseen los conocimientos necesarios para identificar el error. Además, el profesorado admite que utiliza el libro de texto como instrumento de formación en estos conceptos relativos a la Inferencia Estadística, con lo que la única definición que conoce de los términos es la que aparece en estos libros de texto. Esto hace que el docente no tenga criterio para decidir qué términos están bien definidos y cuáles no, dejando toda la responsabilidad sobre los términos, relativos a la Inferencia Estadística, a los libros de texto.

En conclusión, en el análisis de los libros de textos, sobre aquellos términos relativos a la Inferencia Estadística, hemos encontrado que el contexto de trabajo es determinante en el significado de los términos, y que en ocasiones, la definición que de estos términos aparece en los libros de texto no se corresponde con la propia del contexto matemático, sino más bien con la del contexto cotidiano.

## Anexo

<b>MUESTRA</b>	
Diccionario	Manuales Universitarios
1. Porción de un producto o mercancía que sirve para conocer la calidad del género.	<b>ME.-</b> Una muestra es un subconjunto de mediciones seleccionadas de la población de interés.
2. Parte o porción extraída de un conjunto por métodos que permiten considerarla como representativa de él.	<b>MO.-</b> Una muestra es la parte de la población que realmente examinamos con el objetivo de obtener información.
<b>EDITORIALES</b>	
<p><b>E1.-</b> <i>“un subconjunto extraído de la población. Su estudio sirve para inferir características de toda la población”. “Sin embargo, si la muestra está mal elegida (no es representativa)...”</i></p> <p><b>E2.-</b> <i>“un subconjunto de la población”. Para que “un estudio sea fiable habrá que cuidar mucho la elección de la muestra, con el fin de que sea realmente representativa de la población”.</i></p> <p><b>E3.-</b> <i>“parte de la población, debidamente elegida, que se somete a la observación científica en representación de la misma, con el propósito de obtener resultados válidos para toda la población”. Y que para que “una muestra se considere válida debe cumplir que (...) sea representativa”</i></p> <p><b>E4.-</b> <i>“Subconjunto de la población”. Se debe “hacer una buena selección”.</i></p>	
<b>INFERIR</b>	
Diccionario	Manuales Universitarios
Sacar una consecuencia o deducir algo de otra cosa.	<p><b>ME.-</b> El objetivo de la estadística es hacer inferencias (predicciones, decisiones) acerca de una población.</p> <p><b>MO.-</b> La inferencia estadística proporciona métodos que permiten sacar conclusiones de una población a partir de los datos de una muestra.</p>

<b>MEDIA</b>	
Diccionario	Manuales Universitarios
<p>1. Que está entre dos extremos, en el centro de algo o entre dos cosas.</p> <p>2. Número que resulta al efectuar una serie determinada de operaciones con un conjunto de números y que, en determinadas condiciones, puede representar por sí solo a todo el conjunto.</p>	<p><b>ME.-</b> La media aritmética de un conjunto de n observaciones <math>y_1, y_2, y_3, \dots, y_n</math>, es igual a la suma de las observaciones dividida entre n.</p> <p><b>MO.-</b> Para hallar la media de un conjunto de observaciones, suma sus valores y divide por el número de observaciones.</p>
<b>EDITORIALES</b>	
<p><b>E1.-</b> “La suma de resultados la dividimos por el número de datos”.</p> <p><b>E2.-</b> “La media o esperanza matemática de la variable aleatoria discreta <math>X</math>, <math>\mu</math>, viene dada por la expresión: <math>\mu = x_1p_1 + x_2p_2 + \dots + x_np_n = \sum_{i=1}^n x_i p_i</math>”. Y si “<math>X</math> es una variable aleatoria continua (...) será <math>\mu = \int_a^b xf(x)dx</math>”</p> <p><b>E3.-</b> “Si <math>X</math> es una variable aleatoria continua que toma valores en <math>[a, b]</math> y <math>f(x)</math> es su función de densidad: <math>E[X] = \int_a^b xf(x)dx</math>”.</p>	

<b>SIGNIFICATIVO</b>	
Diccionario	Manuales Universitarios
<p>1. <i>Que da a entender o conocer con precisión algo.</i></p> <p>2. <i>Que tiene importancia por representar o significar algo.</i></p>	<p><b>MO.-</b> “Significativo” en estadística no quiere decir “importante”. Quiere decir que “es muy poco probable que ocurra sólo por azar”.</p>

## Referencias

- R.A.E (2001): *Diccionario de la lengua española*. Author: Madrid.
- Kahnemann, D., Slovic, P. & Tversky, A. (1982): *Judgement under uncertainty: Heuristics and biases*. Cambridge University Press.
- Mendenhall, W. (1982): *Introducción a la probabilidad y la estadística*. Wadsworth Int.
- Moore, D. (2005): *Estadística aplicada básica*. Antoni Bosch Editor, Barcelona.
- Shuard, H. & Rothery, A (Eds.) (1984). *Children reading mathematics*. London: Murray.

